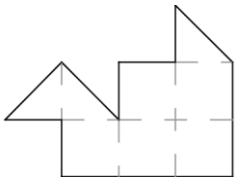
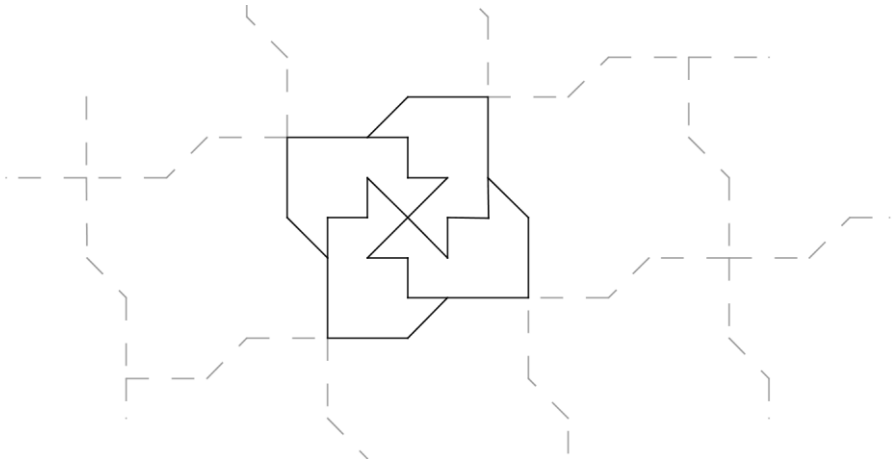
7-й класс

1. Можно ли замостить плоскость фигурками, изображенными на рисунке?



Решение.



2. Коля случайно стер с доски пример на вычитание. Сам пример он не запомнил, но обратил внимание на то, что числа были целые и сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности была равна то ли 2011, то ли 2012. Можно ли определить, чему было равно уменьшаемое в стертом примере? Ответ поясните.

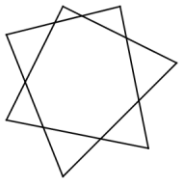
Решение. 1006.
Поскольку сумма вычитаемого и разности равна уменьшаемому, то сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна удвоенному уменьшаемому. Числа были целые, следовательно, их сумма могла быть равна только 2012. И уменьшаемое равно половине данной суммы.

3. Туристы обсуждали один из городов, где им предстояло побывать.
   – В этом городе более ста фонтанов, – предположил первый.
   – Нет, фонтанов в городе менее ста, – сказал второй.
   – Два фонтана в этом городе точно есть, – высказал предположение третий.
   Оказалось, что лишь один из этих туристов прав. Сколько фонтанов могло быть в городе?

   Решение. Либо ровно 100 фонтанов, либо один, либо ни одного.
   Если правду сказал первый турист, то и третий окажется прав, что противоречит условию задачи. Если правду сказал только второй, то фонтанов может быть либо 0, либо 1 (только в этом случае третий не прав). Если правду сказал только третий, то фонтанов может быть ровно 100 (только в этом случае первый и третий одновременно ошибаются).

4. Можно ли нарисовать замкнутую семизвенную ломаную, пересекающую каждое свое звено ровно а) 1 раз; б) 2 раза?

   Решение. а) нельзя; б) можно.
   а) Если такое возможно, то все звенья ломаной разбиваются на пары (в каждую пару входят два пересекающихся звена), что исключено в виду нечетности количества звеньев.
   б) Один из вариантов показан на рисунке.



5. Подряд в строчку записано 2011 цифр так, что любое число, образованное двумя соседними цифрами, делится на 19 или на 23. Первая цифра 4. Какая последняя? Ответ поясните.

   Решение. Последняя цифра будет 9.

Двузначные числа, делящиеся на 19: 19, 38, 57, 76, 95. Двузначные числа, делящиеся на 23: 23, 46, 69, 92. Начало цепочки следующее: 469. После 9 может быть либо 2, либо 5. Если будет 2, то цепочка оборвется на шестом шаге: 469238. Если будет 5, то на седьмом шаге снова появляется цифра 9: 4695769, и цепочка может продолжаться. Через три цифры после 9 либо вновь появляется цифра 9, либо цепочка обрывается. Таким образом цифра 9 стоит в цепочке из 2011 цифр на 3-ем, 7-ом, 11-ом, …, 2007-ом местах. Чтобы цепочка оказалась нужной длины, на 2008-ом месте должна стоять цифра 5 и на последнем 2011-ом месте окажется цифра 9.